

カリキュラム ('05) ('15)	複素数	担当教員：松井 伸也	2単位
設 題			
<p>次のページからの問題を解いて下さい。この表紙は印刷する必要はありませんし、カラーで印刷する必要もありません。</p>			
作成方法は「筆記」のみ			
筆 記	筆記用具：特に指定しません。 用 紙：次のページ以降の専用解答用紙を印刷して使用して下さい。		
注意事項	必要な計算・説明を書いて下さい。答えだけの問題は添削できません。 解答用紙は計算用紙ではありません。分かりやすい記述に心がけて下さい。		

### 複素数 No.1

解答には計算と説明を書いて下さい。説明・計算のない解答は添削出来ません。計算用のスペースが足りない場合は、適宜紙を足して下さい。解答には、紙を足した旨記述して下さい。

[1] 次の計算をし、 $a + bi$  の形にして下さい。ただし、 $a$  と  $b$  は実数です。

$$(1) \frac{1+5i}{2-3i} - |1+i| \cdot (e^{-\frac{\pi}{8}i})^2$$

(4)  $z^4 = -i$  をみたす複素数  $z$  (4つあります)。答えは、三角関数の値は計算し  $a + bi$  の形に表して下さい。ただし  $a$  と  $b$  は実数です。

(2) ガウス平面で  $-2 + i$  を  $0$  を中心に  $-\frac{5}{6}\pi$  回転した複素数  $z$ 。

(3)  $z^2 = -\sqrt{5} + 2i$  をみたす複素数  $z$  (2つあります)。

複素数 No.2 複素数で説明・計算をして下さい.

2  $z = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$  とおく.

(1)  $|z|$  と  $\angle z$  ( $-\pi \leq \angle z \leq \pi$ ) を求め, **ガウス平面**に図示しなさい.

(2)  $\omega = 1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^{60}$  を  $a + bi$  の形に表して下さい. ただし  $a$  と  $b$  は実数です. ヒント: 初項が 1 の等比級数の和の公式とド・モアブルの定理.

3 3点  $1, 1 + 2i, 0$  を, 3点  $1 + i, 0, -i$  に写像する 1 次写像 (1 次分数関数)  $w = \frac{az + b}{cz + d}$  を求めなさい. ただし,  $a, b, c, d$  は複素数である.

複素数 No.3 複素数で説明・計算をして下さい.

□4 (1) 複素数  $z$  が  $|z| = r$  を満たすとき,  $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{r^2}$  が成立する. これを証明しなさい.  
ただし  $r$  は正の実数である.

(2) 円  $|z - i| = \sqrt{5}$  上の任意  $z$  を  $w = \frac{z - i}{z + i}$  で変換する. このとき,  $w$  はある円上に移る. この円の中心と半径を求めなさい.

□5 (1) 2点  $z_1 = 1 - i$ ,  $z_2 = 3 + 5i$  とする. 線分  $z_1z_2$  の垂直二等分線上の点  $z_0$  をすべて求めなさい.

(2) 辺  $z_1z_2z_3$  が正三角形となるように  $z_3$  を求めなさい (2点あります).